

# GPS 数据处理和应用 (2)

- 由台站网位移解求解速度场
- 由台站网位移解求解应变场
- 区域滤波
- 由台站位移时间序列得到季节项，地震形变场

# 网平差求解速度场

- GPS单日解要用松弛解
- 不相关的单日参数可以去掉以提高效率, 节省空间

$$\begin{aligned} l_a &= A_1 x_1 + A_2 x_2 & P_a & \\ l_b &= B_1 x_1 + B_3 x_3 & P_b & \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^T P_a^{-1} A_1 + B_1^T P_b^{-1} B_1 & A_1^T P_a^{-1} A_2 & B_1^T P_b^{-1} B_3 \\ A_2^T P_a^{-1} A_1 & A_2^T P_a^{-1} A_2 & 0 \\ B_3^T P_b^{-1} B_1 & 0 & B_3^T P_b^{-1} B_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_1^T P_a^{-1} l_a + B_1^T P_b^{-1} l_b \\ A_2^T P_a^{-1} l_a \\ B_3^T P_b^{-1} l_b \end{pmatrix}$$

$$\hat{x}_1 = \left[ A_1^T P_a^{-1} A_1 - A_1^T P_a^{-1} A_2 (A_2^T P_a^{-1} A_2)^{-1} A_2^T P_a^{-1} A_1 + B_1^T P_b^{-1} B_1 - B_1^T P_b^{-1} B_3 (B_3^T P_b^{-1} B_3)^{-1} B_3^T P_b^{-1} B_1 \right]^{-1} \left[ (I - A_1^T P_a^{-1} A_2 (A_2^T P_a^{-1} A_2)^{-1}) A_2^T P_a^{-1} l_a + (I - B_1^T P_b^{-1} B_3 (B_3^T P_b^{-1} B_3)^{-1}) B_3^T P_b^{-1} l_b \right]$$

$$\hat{x}_1^a = C_{x_1}^a [I - A_1^T P_a^{-1} A_2 (A_2^T P_a^{-1} A_2)^{-1}] A_2^T P_a^{-1} l_a \quad C_{x_1}^a = [A_1^T P_a^{-1} A_1 - A_1^T P_a^{-1} A_2 (A_2^T P_a^{-1} A_2)^{-1} A_2^T P_a^{-1} A_1]^{-1}$$

$$\hat{x}_1^b = C_{x_1}^b [I - B_1^T P_b^{-1} B_3 (B_3^T P_b^{-1} B_3)^{-1}] B_3^T P_b^{-1} l_b \quad C_{x_1}^b = [B_1^T P_b^{-1} B_1 - B_1^T P_b^{-1} B_3 (B_3^T P_b^{-1} B_3)^{-1} B_3^T P_b^{-1} B_1]^{-1}$$

$$\hat{x}_1 = \left[ (C_{x_1}^a)^{-1} + (C_{x_1}^b)^{-1} \right]^{-1} \left[ (C_{x_1}^a)^{-1} \hat{x}_1^a + (C_{x_1}^b)^{-1} \hat{x}_1^b \right] \quad \text{类观测}$$

# 网平差求解速度场(续)

- 常用估计算法

最小二乘(递归, 迭代)

Kalman滤波

square root information滤波

- 确定参考系

紧约束若干个台站的速度

内部约束 (internal constraints)

$$\hat{x}_n = \hat{x}_a + T\theta + \delta x_n \quad \hat{\theta} = T^{-1}(\hat{x}_n - x_a) = (T^T W T)^{-1} T^T W \Delta x_n$$

$$\hat{x}_c = \hat{x}_n + K_c \hat{\theta} \quad C_{x_c} = C_{x_n} - K_c T^{-1} C_{x_n} \quad K_c = C_{x_n} T^{-T} (T^{-1} C_{x_n} T^{-T})^{-1}$$

- 若干附加约束

# 站坐标时间序列求解速度

- 线性化方程

$$\Delta X(t) = \Delta X_0 + (t - t_0)\Delta V_0 + \sum_n [S_n \sin \omega_n(t - t_n) + C_n \cos \omega_n(t - t_n)] + \sum_q G_q(t, t_q)n_q(t_q) + \sum_k m_k(t)$$

- 优缺点比较

丢失台站间的参数相关信息

难以实现台站间约束

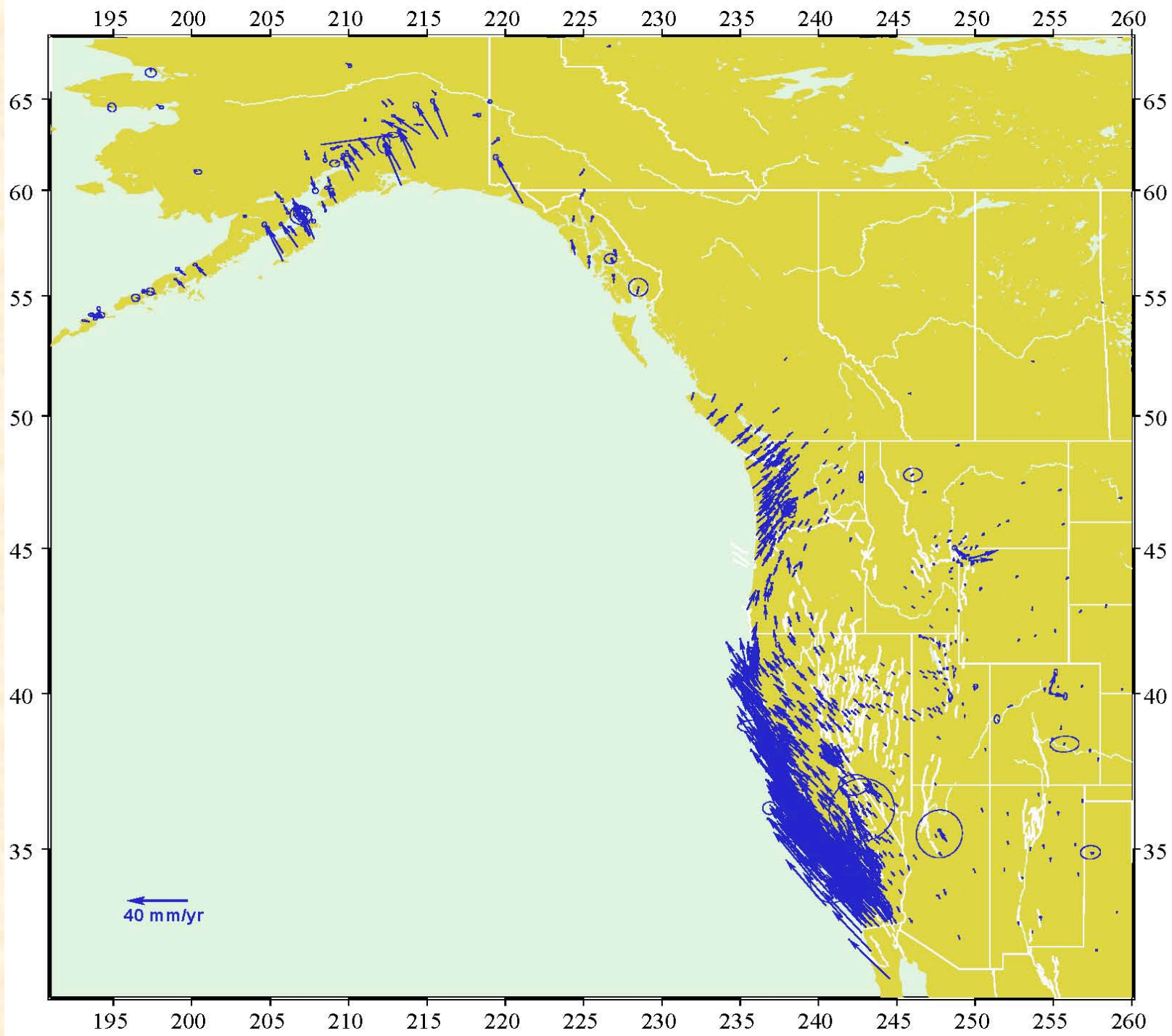
可以分析更复杂的信号

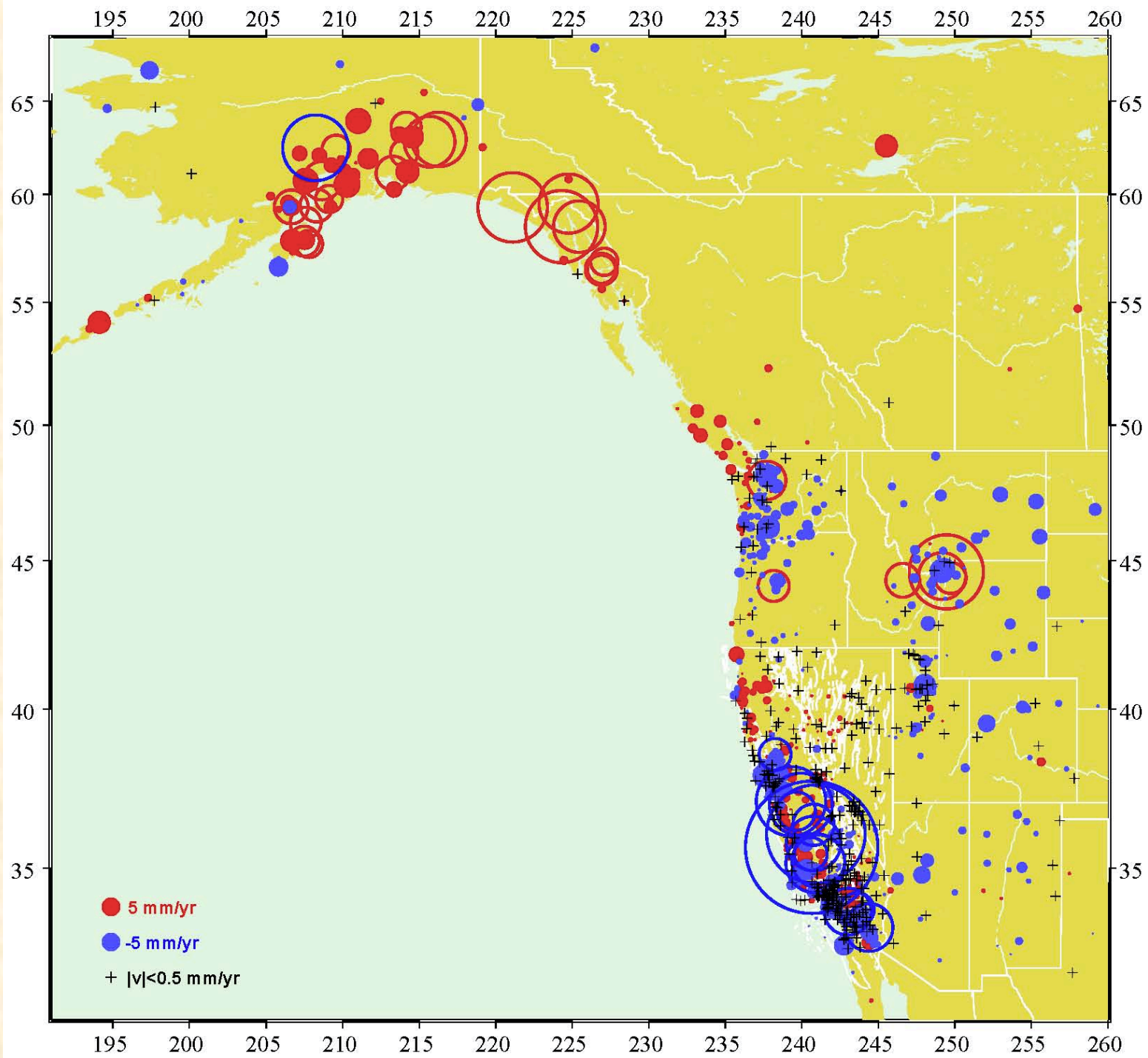
快, 效率高

节省空间

灵活, 容易检测出有问题台站

容易实现区域滤波





# 台站网位移解求解应变场

- **GPS实际测定的是地表位移，它包括地表形变和地块整体运动两部分**
  - **多数情况下研究对象假定为弹性体变形**
  - **广义胡克定律定量地描述应变和应力的关系**
- 把测定的地表形变和地层经受的构造应力联系起来**
- **GPS台站网位移解只能求出区域性平均应变场**
  - **线性化假设难以表达断层附近的非线性应变区域**
  - **GPS求出的应变场可以提供区域性尺度下的应力应变信息**
  - **应变分析不受旋转，平移影响**

# 台站网位移解求解应变场(续)

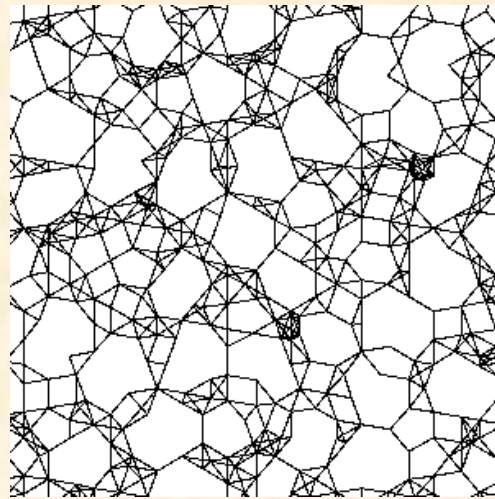
$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x_i & \Delta y_i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta x_i & \Delta y_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{12} \\ E_{22} \\ \omega \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & -0.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$$



# 台站网位移解求解应变场(续二)

- Gauss加权  $e^{-\frac{D^2}{\sigma^2}}$

- Voronoi cell加权

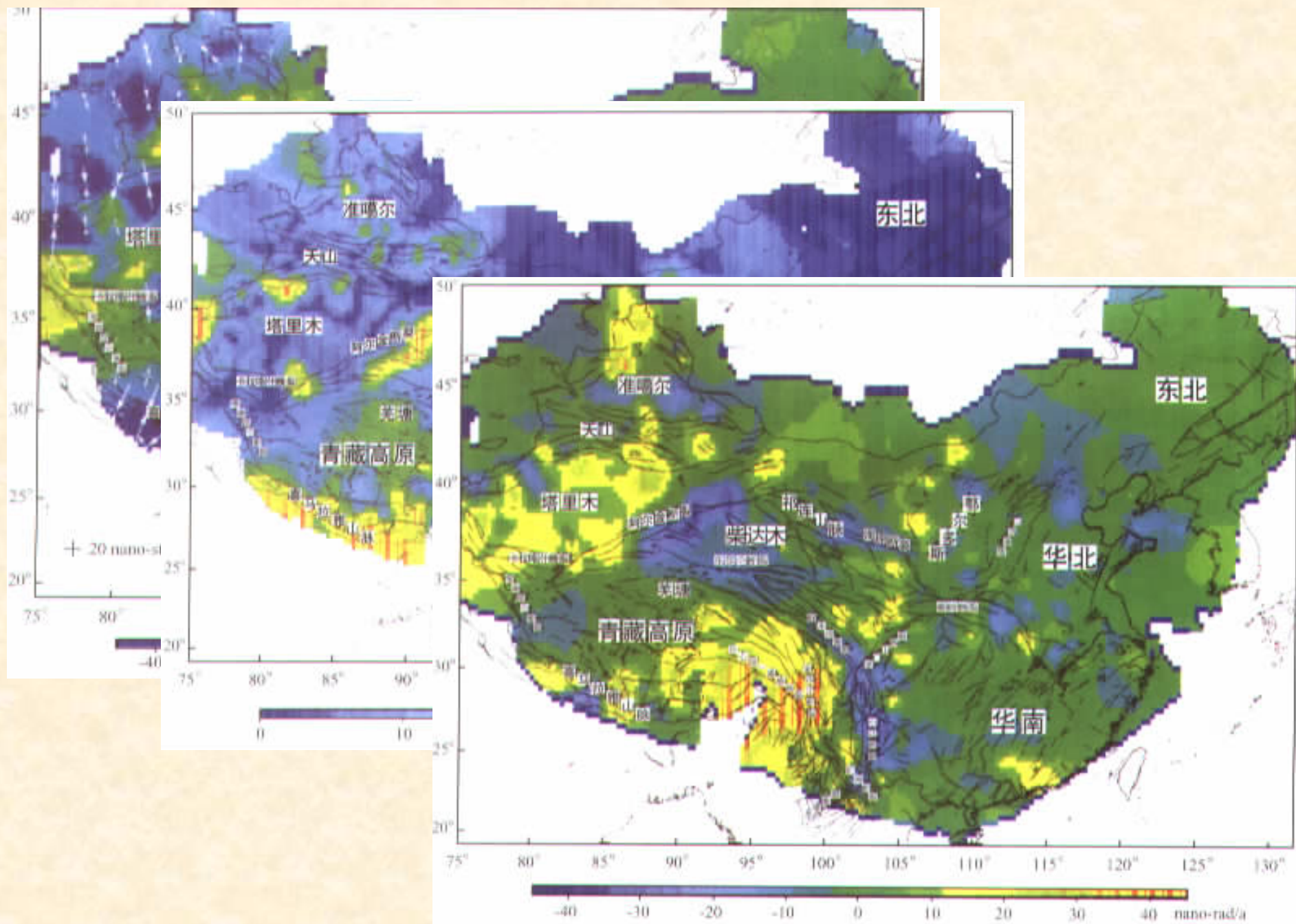


- 应变计算点

子网平均

Delaunay三角形

格点



# 区域滤波

- **Common Mode Error (CME)**

本质尚未知

高频低频都有

区域性长波

- **平均法(staking)**

- **加权平均法**

- **主分量法(PCA)**

去掉了台站响应空间均匀分布的假定

有可能用于较大区域的滤波

资料空缺处必须内插

## 区域滤波算法

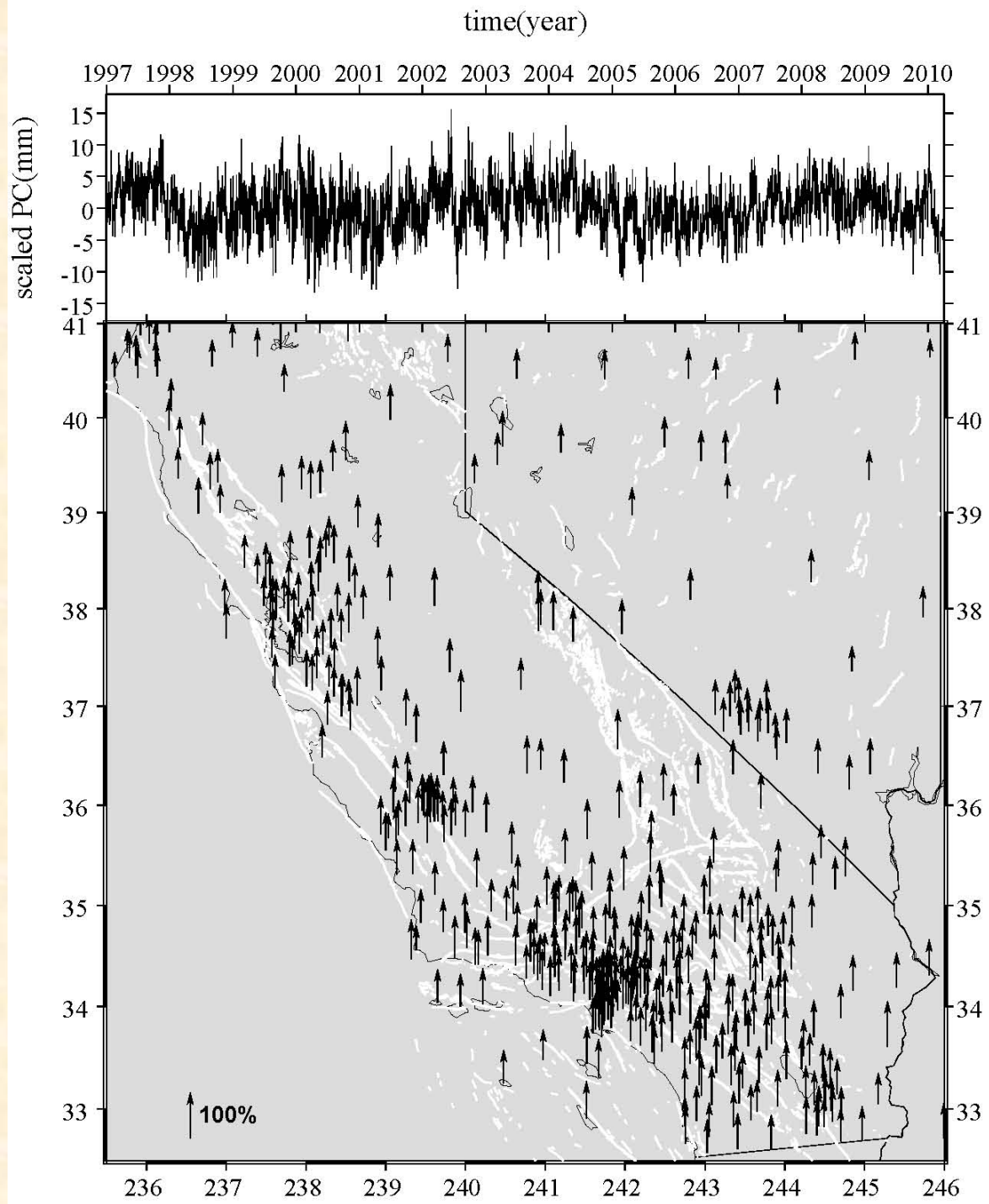
$$X(t_i, x_j) = \sum_{k=1}^n a_k(t_i) v_k(x_j)$$
$$a_k(t_i) = \frac{\sum_{k=1}^n (r_k(t_i) / \sigma_{i,k}^2)}{\sum_{k=1}^n (1 / \sigma_{i,k}^2)}$$
$$a_k(t_i) = \sum_{j=1}^n X(t_i, x_j) v_k(x_j)$$

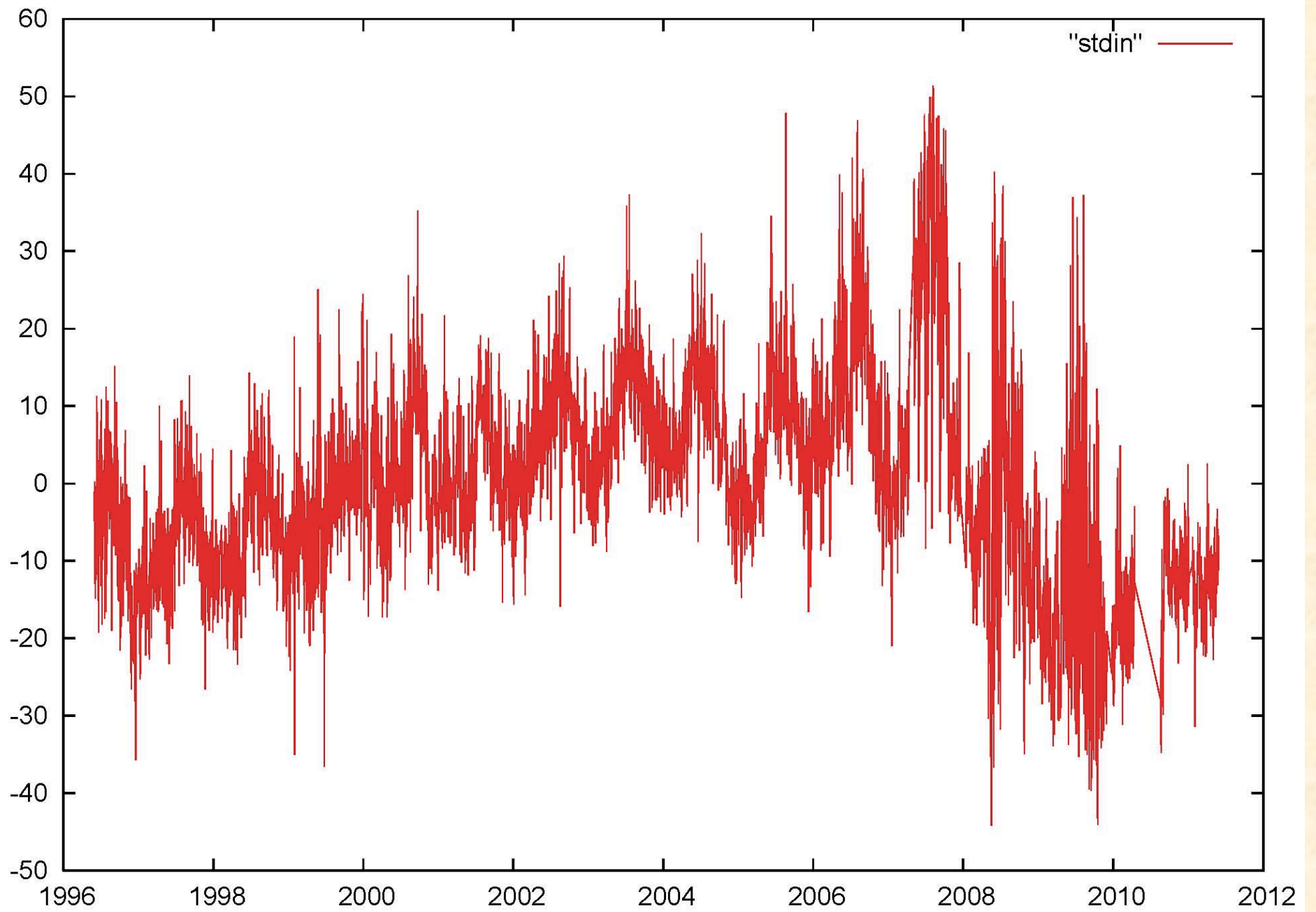
$a_k$ : k 阶主分量 (时间域)

$v_k$ : k 阶本征矢 (空间域)

$a_k$ : 观测网的第k阶公共时间序列

$v_k$ : 观测网的台站对第k阶主分量的空间响应





- Episodic Tremor and Slip (ETS)

